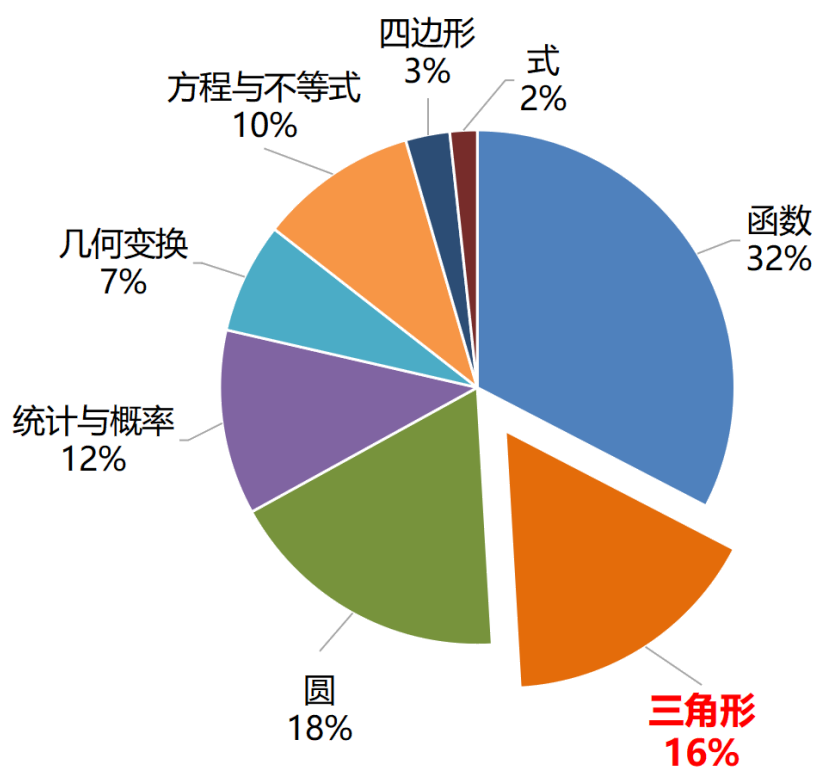


相似三角形的性质与判定

知己知彼





※相似三角形综合

- ★相似三角形的性质与判定
- ★相似三角形的基本模型



一、成比例线段

成比例线段

成比例线段：对于四条线段 a, b, c, d ，如果其中两条线段的比（即它们长度的比）与另两条线段的比相等，如_____，我们就说这四条线段成比例。

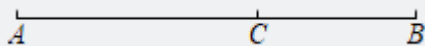
比例中项：若 $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ ，则_____，线段 b 叫做线段 a, c 的_____。

黄金分割：点 C 把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC （ $AC > BC$ ），若_____则称线段 AB 被点 C 黄金分割，点 C 叫做线段 AB 的_____， AC 与 AB 的比叫做_____。

【教法备注】

1. 成比例线段：对于四条线段 a, b, c, d ，如果其中两条线段的比（即它们长度的比）与另两条线段的比相等，如 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ （即 $ad = bc$ ），我们就说这四条线段成比例。
2. 比例中项：若 $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ ，则 $b^2 = ac$ ，线段 b 叫线段 a, c 的比例中项。

3. 黄金分割：如图，点 C 把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC ($AC > BC$)，若 $\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC}$ ，则称线段 AB 被点 C 黄金分割，点 C 叫做线段 AB 的黄金分割点， AC 与 AB 的比叫做黄金比。



设 $AB = a$ ， $AC = x$ ，则 $BC = a - x$ ，

$$\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC}, AC^2 = AB \cdot BC, x^2 = a(a - x),$$

整理得， $x^2 + ax - a^2 = 0$ ，

$$x_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}a, x_2 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}a \text{ (舍)},$$

$$\text{即 } AC = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB \approx 0.618AB.$$

作图：已知线段 AB ，求作线段 AB 的黄金分割点。

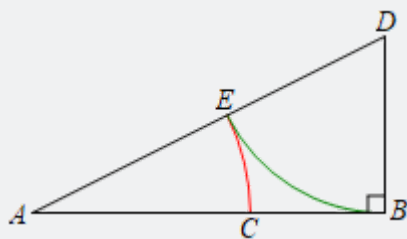


① 过点 B 作 $BD \perp AB$ ，使得 $BD = \frac{1}{2}AB$ ；

② 连接 AD ，在 AD 上截取 $DE = DB$ ；

③ 在 AB 上截取 $AC = AE$ 。

点 C 就是所求的黄金分割点。



例题

【知识点拨】

判断四条线段是否成比例，只要把四条线段按大小顺序排列好，判断前两条线段之比与后两条线段之比是否相等即可。黄金分割比这部分要注意利用好线段之间的比例关系，列方程求解。

1. 下列各组中的四条线段成比例的是（ ）。

A. $a = \sqrt{2}, b = 3, c = 2, d = \sqrt{3}$

B. $a = 4, b = 6, c = 5, d = 10$

C. $a = 2, b = \sqrt{5}, c = 2\sqrt{3}, d = \sqrt{15}$

D. $a = 2, b = 3, c = 4, d = 1$

【答案】C

【解析】A 选项： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \neq 2 \times 3$ ，故本选项错

误；

B 选项： $4 \times 10 \neq 5 \times 6$ ，故本选项错

误；

C 选项： $2 \times \sqrt{15} = \sqrt{5} \times 2\sqrt{3}$ ，故本选

项正确；

D 选项： $2 \times 1 \neq 3 \times 4$ ，故本选项错

误．

故选 C．

【标注】【知识点】比例线段的定义

2. 已知线段 $a = 4$ ， $b = 16$ ，线段 c 是 a ， b 的比例中项，那么 c 等于（ ）．

A. 10

B. 8

C. -8

D. ± 8

【答案】B

【解析】由比例中项的性质有 $c^2 = ab = 64$ ， $\therefore c = \pm 8$ ，由于 c 是线段，故 $c = 8$ ．选 B．

【标注】【知识点】比例中项

3. 在中华经典美文阅读中，刘明同学发现自己的一本书的宽与长之比为黄金比，已知这本书的长为 20cm，则它的宽约为（ ）．

A. 12.36cm

B. 13.6cm

C. 32.36cm

D. 7.64cm

【答案】A

【解析】 $\because$ 书的宽与长之比为黄金比，书的长为 20cm，

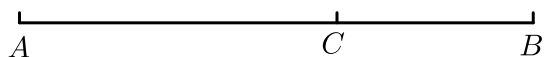
$\therefore$ 书的宽约为 $20 \times 0.618 = 12.36\text{cm}$ ．

【标注】【知识点】黄金分割

【重点强调】

2016~2017 学年天津南开区天津市津英中学初三上学期期末第 10 题 3 分

4. 如图，点 C 是线段 AB 的黄金分割点（ $AC > BC$ ），下列结论错误的是（ ）．



A. $\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC}$

B. $BC^2 = AB \cdot BC$

C. $\frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

D. $\frac{BC}{AC} \approx 0.618$

【答案】 B

【解析】 $\because AC > BC$,

$\therefore AC$ 是较长的线段,

根据黄金分割的定义可知: $AB:AC = AC:BC$, 不符合题意, 故A正确;

$AC^2 = AB \cdot BC$, 故B错误;

$\frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 不符合题意, 故C正确;

$\frac{BC}{AC} \approx 0.618$, 不符合题意, 故D正确.

故选B.

【标注】 【知识点】 黄金分割

练习

5. 下列四条线段中, 不能成比例的是 ().

A. $a = 4, b = 8, c = 5, d = 10$

B. $a = 2, b = 2\sqrt{5}, c = \sqrt{5}, d = 5$

C. $a = 1, b = 2, c = 3, d = 4$

D. $a = 1, b = 2, c = 2, d = 4$

【答案】 C

【解析】 A 选项: $4 \times 10 = 8 \times 5$, 故A成比例;

B 选项: $2 \times 5 = 2\sqrt{5} \times \sqrt{5}$, 故B成比例;

C 选项: $1 \times 4 \neq 2 \times 3$, 故C不成比例;

D 选项: $1 \times 4 = 2 \times 2$, 故D成比例.

故选 C.

【标注】 【知识点】 比例线段的定义

6. 已知: 线段 a, b 的长分别为3cm, 4cm, 线段 c 是 a, b 的比例中项, 则 c 的长是 _____ cm.

【答案】 $2\sqrt{3}$

【解析】 $\because c$ 是 a, b 的比例中项, $a = 3\text{cm}, b = 4\text{cm}$,

$$\therefore c^2 = ab = 12,$$

$$\text{解得 } c = \pm 2\sqrt{3},$$

$$\because c > 0,$$

$$\therefore c = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore c \text{的长是 } 2\sqrt{3}.$$

【标注】【知识点】比例中项

7. 在设计人体雕像时, 使雕像的上部与下部的高度比, 等于下部与全身的高度比, 可以增加视觉美感。按此比例, 如果雕像的高为 2m , 设它的下部的高应设计为 $x\text{m}$, 则 x 满足的关系式为()。

A. $(2-x):x = x:2$

B. $x:(2-x) = (2-x):2$

C. $(1-x):x = x:1$

D. $(1-x):x = 1:x$

【答案】 A

【解析】 设它的下部的高度应设计为 $x\text{m}$, 则它的上部的高度应设计为 $(2-x)\text{m}$,

于是利用雕像的上部与下部的高度比,

等于下部与全身的高度比可列方程 $(2-x):x = x:2$ 。

【标注】【知识点】比例的综合应用

【重点强调】

2016年天津河西区初三二模第10题3分

8. 已知线段 $AB = 1$, 点 C 是线段 AB 的黄金分割点, 则较小线段 BC 长为 _____。

【答案】 $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

【解析】 $\because$ 线段 $AB = 1$, 点 C 是 AB 黄金分割点,

$$\therefore \text{较小线段 } BC = 1 \times \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{3-\sqrt{5}}{2}.$$

【标注】【知识点】黄金分割

二、相似三角形的判定

相似三角形

定义：三个____分别相等，三条____成比例，我们就说两个三角形相似。
相似用符号_____表示，读作“_____”。

相似三角形的判定：

- 1、____出相似；
- 2、三边_____的两个三角形相似；
- 3、两边_____且_____的两个三角形相似；
- 4、两角_____的两个三角形相似。

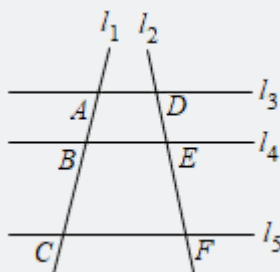
【教法备注】

1、相似三角形定义：

三个角分别相等，三条边成比例，我们就说两个三角形相似。

相似用符号“ $\sim$ ”表示，读作“相似于”。

2、平行线分线段成比例的基本事实：两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例。



$\because l_3 // l_4 // l_5$,

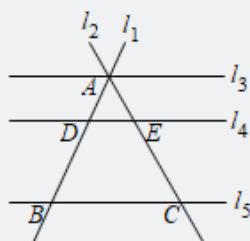
$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ ，可以说成“上比下等于上比下”，

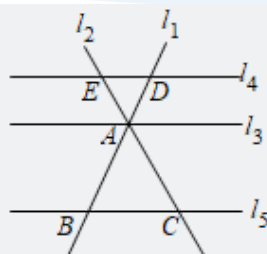
$\frac{BC}{AB} = \frac{EF}{DE}$ ，可以说成“下比上等于下比上”，

$\frac{AB}{AB} = \frac{DE}{DE}$ ，可以说成“上比全等于上比全”，

$\frac{AC}{BC} = \frac{DF}{EF}$ ，可以说成“下比全等于下比全”。

把平行线分线段成比例基本事实应用到三角形中，会出现两种情况：





l_4 可以看成是平行于 $\triangle ABC$ 的边 BC 的直线.

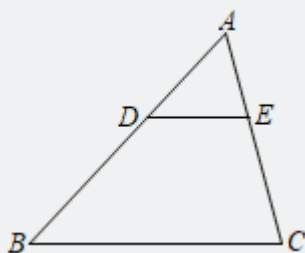
$\therefore l_4 // l_5$,

$$\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{AE}{EC}, \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}.$$

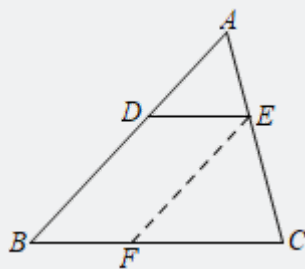
即：平行于三角形一边的直线截其它两边（或两边的延长线），所得的对应线段成比例.

3、平行出相似

在 $\triangle ABC$ 中， $DE // BC$ ， $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 有什么关系？



证明：



过点 E 作 $EF // AB$ 交 BC 于 F ,

$\therefore DE // BC, EF // AB$,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}, \frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BC}.$$

四边形 $BDEF$ 是平行四边形.

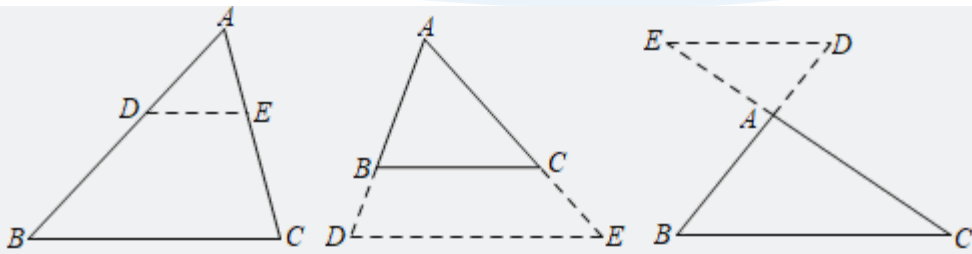
$$\therefore DE = BF.$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}.$$

$$\therefore \angle A = \angle A, \angle ADE = \angle B, \angle AEC = \angle C, \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC},$$

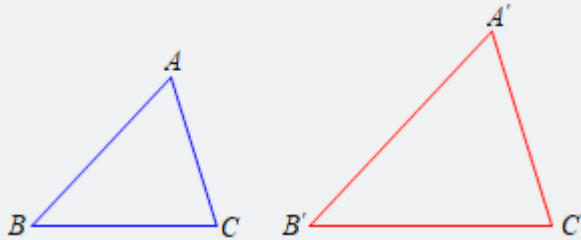
由相似的定义可证明 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

结论：平行于三角形一边的直线和其他两边（或两边的延长线）相交，所构成的三角形与原三角形相似.



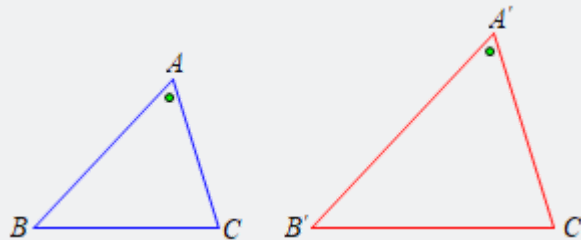
若 $DE \parallel BC$ ，则 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ 。

4、三边成比例：三边成比例的两个三角形相似。



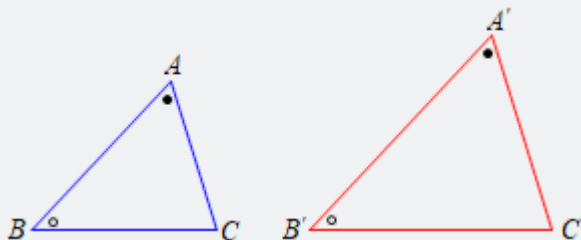
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$$

5、两边成比例且夹角相等：两边成比例且夹角相等的两个三角形相似。



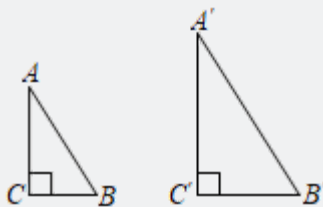
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}, \angle A = \angle A' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$$

6、两角分别相等：两角分别相等的两个三角形相似。



$$\angle A = \angle A', \angle B = \angle B' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$$

判定两直角三角形相似的方法：



①满足一个锐角相等。

$$\angle C = \angle C', \angle A = \angle A' \text{ (或 } \angle B = \angle B')$$

直接利用两角分别相等证明两个直角三角形相似。

②两组直角边成比例。

$$\frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}, \angle C = \angle C'$$

直接利用两边成比例且夹角相等证明两个直角三角形相似.

③斜边和一条直角边成比例.

$$\frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{AB'} \text{ 或 } \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB}{AB'}$$

$$\text{由勾股定理可推出 } \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'},$$

从而利用三边成比例证明两个直角三角形相似.

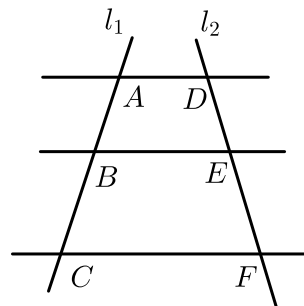
【注意】此方法不可直接运用.

例题

【知识点拨】

相似三角形判定这部分一共有四种方法, 其中常见的平行出相似涉及到两个基本模型——8字模型、A字模型, 这个再接下来会进行专题讲解, 可以稍带学生进行了解. 利用两边和夹角判定时一定要注意为夹角, 类似于全等中的SAS.

9. 如图, $AD \parallel BE \parallel CF$, 直线 l_1 、 l_2 与这三条平行线分别交于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F , 已知 $AB = 1$, $BC = 3$, $DE = 2$, 则 EF 的长为 ().



A. 4

B. 5

C. 6

D. 8

【答案】C

【解析】 $\because AD \parallel BE \parallel CF$,

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF},$$

$$\text{即: } \frac{1}{3} = \frac{2}{EF},$$

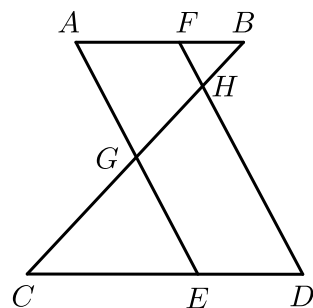
$$\therefore EF = 6.$$

故选: C.

【标注】【知识点】比例的综合应用

【重点强调】

10. 如图, $AB \parallel CD$, $AE \parallel FD$, AE 、 FD 分别交 BC 于点 G 、 H , 则图中共有相似三角形().



A. 4对

B. 5对

C. 6对

D. 7对

【答案】 C

【解析】 $\because AB \parallel CD$, $AE \parallel DF$,

$$\therefore \triangle BFH \sim \triangle BAG,$$

$$\triangle BAG \sim \triangle CEG,$$

$$\triangle BFH \sim \triangle CEG,$$

$$\triangle BFH \sim \triangle CDH,$$

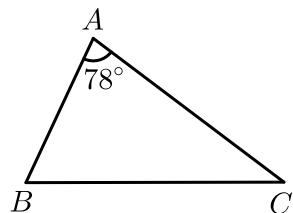
$$\triangle CEG \sim \triangle CDH,$$

$$\triangle CDH \sim \triangle BAG.$$

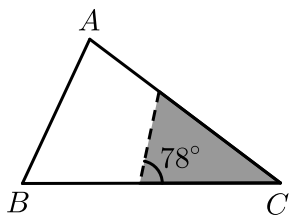
$\therefore$ 相似三角形共有6对.

【标注】 【知识点】 相似三角形的判定-预备定理(平行)

11. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 78^\circ$, $AB = 4$, $AC = 6$. 将 $\triangle ABC$ 沿图示中的虚线剪开, 剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是().

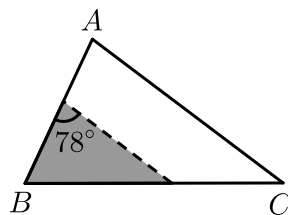


A.

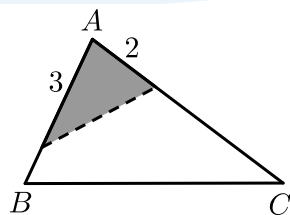
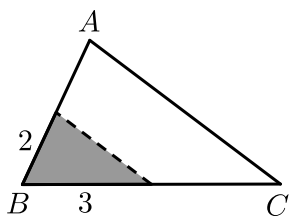


C.

B.



D.



【答案】C

【解析】A 选项：阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等，故两三角形相似，故本选项错误；

B 选项：阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等，故两三角形相似，故本选项错误；

C 选项：两三角形的对应边不成比例，故两三角形不相似，故本选项正确；

D 选项：两三角形对应边成比例且夹角相等，故两三角形相似，故本选项错误；

故选 C.

【标注】【知识点】相似三角形的判定-多解或是多种判定混合

12. 下列四组图形中，一定相似的图形是（ ）.

- A. 各有一个角是 30° 的两个等腰三角形
- B. 有两边之比都等于 $2:3$ 的两个三角形
- C. 各有一个角是 120° 的两个等腰三角形
- D. 各有一个角是直角的两个三角形

【答案】C

【解析】A 选项： 30° 可能是顶角也可能是底角，两个三角形形状不一定相同.

B 选项：两边的夹角大小不能确定是否相等，不一定相似.

C 选项：当两个等腰三角形各有一个角为 120° 时，必然为顶角，所以底角为 30° 和 30° ，根据“有两个角对应相等的两个三角形相似”可以得到两个三角形为相似三角形.

D 选项：只有一个角相等的两个三角形不能判定是否相似.

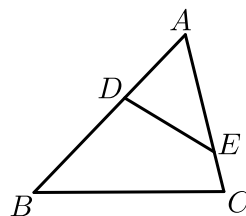
故选 C.

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

【重点强调】

2017年天津和平区初三毕业考试第5题3分

13. 如图, 点 D , E 分别在 $\triangle ABC$ 的 AB , AC 边上, 增加下列条件中的一个: ① $\angle AED = \angle B$, ② $\angle ADE = \angle C$, ③ $\frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$, ④ $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$, ⑤ $AC^2 = AD \cdot AE$, 使 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 一定相似的有 ().



- A. ①②④ B. ②④⑤ C. ①②③④ D. ①②③⑤

【答案】A

【解析】①添加条件 $\angle AED = \angle B$, 已知 $\angle A$ 是公共角, 可根据两角对应相等判定 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 相似.

②添加条件 $\angle ADE = \angle C$, 已知 $\angle A$ 是公共角, 可根据两角对应相等判定 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 相似.

③添加条件 $\frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$, 需再知道夹角 $\angle AED = \angle B$ 才能判定相似, 因此只添加 $\frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$ 不可判定 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 相似.

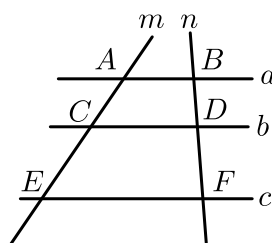
④添加条件 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$, 已知 $\angle A$ 是公共角, 可根据两边成比例且夹角相等判定 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 相似.

⑤添加条件 $AC^2 = AD \cdot AE$, 无法判定 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 相似.

【标注】【知识点】相似三角形的判定-多解或是多种判定混合

练习

14. 如图, 已知直线 $a \parallel b \parallel c$, 直线 m , n 与直线 a , b , c 分别交于点 A , C , E , B , D , F , 若 $AC = 4$, $CE = 6$, $BD = 3$, 则 $BF = ()$.



A. 7

B. 7.5

C. 8

D. 8.5

【答案】 B**【解析】** $\because a//b//c,$

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF},$$

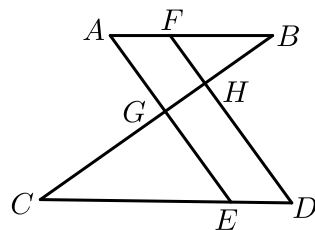
$$\because AC = 4, CE = 6, BD = 3,$$

$$\therefore \frac{4}{6} = \frac{3}{DF}, \text{解得: } DF = \frac{9}{2},$$

$$\therefore BF = BD + DF = 3 + \frac{9}{2} = 7.5.$$

【标注】【知识点】平行线分线段成比例定理

15. 如图, 已知 $AB//CD$, $AE//FD$, AE 和 FD 分别交 BC 于点 G , H , 则图中相似三角形有 () 对.



A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

【答案】 C**【解析】** $\triangle BFH \sim \triangle BAC,$

$$\triangle BFH \sim \triangle CDH,$$

$$\triangle BFH \sim \triangle CEG,$$

$$\triangle BAG \sim \triangle CDH,$$

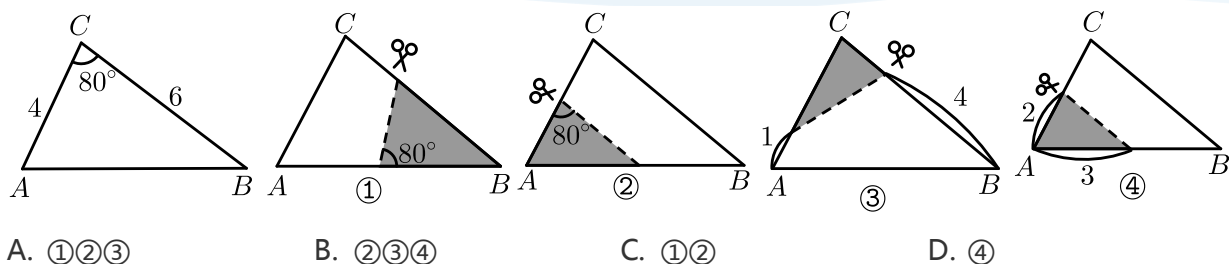
$$\triangle BAG \sim \triangle CEG,$$

$$\triangle CDH \sim \triangle CEG. \text{共6对.}$$

故选C.

【标注】【知识点】相似三角形的判定-预备定理(平行)

16. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 80^\circ$, $AC = 4$, $BC = 6$. 将 $\triangle ABC$ 沿图示中的虚线剪开, 按下面四种方式剪下的阴影三角形与原三角形相似的是 () .



【答案】 A

【解析】 ①阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等，故两三角形相似；
 ②阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等，故两三角形相似；
 ③两三角形对应边成比例且夹角相等，故两三角形相似；
 ④两三角形的对应边不成比例，故两三角形不相似；
 $\therefore$ 剪下的阴影三角形与原三角形相似的是①②③．

故选A．

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

17. 下列判断中，不正确的有（ ）．

- A. 三边对应成比例的两个三角形相似
- B. 两边对应成比例，且有一个角相等的两个三角形相似
- C. 斜边与一条直角边对应成比例的两个直角三角形相似
- D. 有一个角是 100° 的两个等腰三角形相似

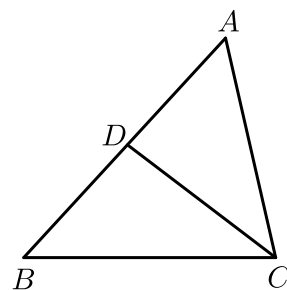
【答案】 B

【解析】 A 选项：三边对应成比例的两个三角形相似，是三角形的相似判定，故A正确；
 B 选项：两边对应成比例，且有一个角相等的两个三角形不一定相似，这个角必须是两边的夹角，故B错误；
 C 选项：斜边与一条直角边对应成比例的两个直角三角形相似，是三角形的相似判定，故C正确；
 D 选项：有一个角是 100° 的两个等腰三角形，则其它两组对应角也相等，故本D正确．
 故选 B．

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

18.

如图所示，给出下列条件：① $\angle B = \angle ACD$ ；② $\angle ADC = \angle ACB$ ；③ $\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BC}$ ；④ $AC^2 = AD \cdot AB$ ，其中单独能够判定 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ 的有 _____。



【答案】①②④

【解析】由图可知 $\angle A$ 为两个要证明相似的三角形的公共角，
 $\therefore$ 只要再找出一组对应角相等，或两组对应边成比例即可证明 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ，
 而①②④分别与 $\angle A$ 为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ACD$ 的公共角相结合，均可推出 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ 。
 ③中 $\angle A$ 不是已知的比例线段的夹角，故不正确。

【标注】【知识点】相似三角形的判定-多解或是多种判定混合

【重点强调】

2019~2020学年12月天津河北区天津市汇森中学初三上学期月考第17题

三、相似三角形的性质

相似三角形的性质

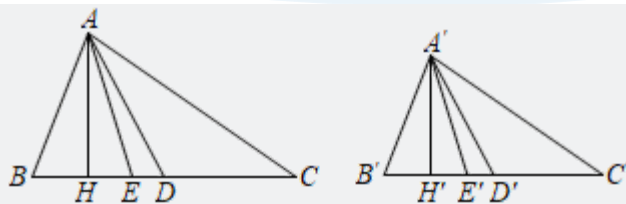
相似三角形的_____相等，_____之比相等，都等于_____。

相似三角形对应_____的比、对应_____的比、对应_____的比以及_____之比都等于相似比。相似三角形_____的比等于相似比。

相似三角形面积的比等于相似比的_____。

【教法备注】

如图 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， AD 、 AE 、 AH 分别是 $\triangle ABC$ 的中线、角平分线和高线， $A'D'$ 、 $A'E'$ 、 $A'H'$ 分别是 $\triangle A'B'C'$ 的中线、角平分线、高线。



①相似三角形的对应角相等，对应边之比相等，都等于相似比．

$$\angle A = \angle A', \angle B = \angle B', \angle C = \angle C', \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = k.$$

②相似三角形对应高的比、对应中线的比、对应角平分线的比以及周长之比都等于相似比．相似三角形对应线段的比等于相似比．

$$\frac{AH}{A'H'} = \frac{AD}{A'D'} = \frac{AE}{A'E'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{C_{\triangle ABC}}{C_{\triangle A'B'C'}} = k.$$

③相似三角形面积的比等于相似比的平方．

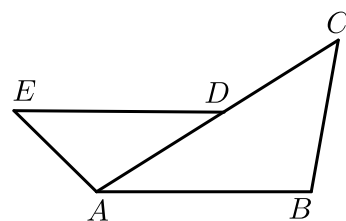
$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH}{\frac{1}{2} \cdot B'C' \cdot A'H'} = \frac{BC}{B'C'} \cdot \frac{AH}{A'H'} = k^2.$$

例题

【知识点拨】

相似三角形性质这部分，再证明完相似以后一定要想到利用性质，有了全等的基础，学生理解起来也会比较快。面积比这部分除了会考查面积比是相似比的平方外，还会有等高模型，这时面积比为底边之比。

19. 已知，如图， D 是 AC 上一点， $DE \parallel AB$ ， $\angle B = \angle DAE$ 。



(1) 求证： $\triangle ABC \sim \triangle DAE$ 。

(2) 若 $AB = 8$ ， $AD = 6$ ， $AE = 4$ ，求 BC 的长。

【答案】(1) 证明见解析。

$$(2) BC = \frac{16}{3}.$$

【解析】(1) $\because DE \parallel AB$,

$$\therefore \angle ADE = \angle CAB,$$

$$\because \angle B = \angle DAE,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DAE.$$

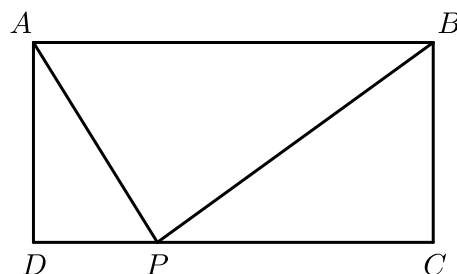
$$\begin{aligned}
 (2) \because \triangle ABC \sim \triangle DAE, \\
 \therefore \frac{BC}{AE} &= \frac{BA}{AD} . \\
 \because AB &= 8, AD = 6, AE = 4, \\
 \therefore \frac{BC}{4} &= \frac{8}{6} . \\
 \therefore BC &= \frac{16}{3} .
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

【重点强调】

2017~2018学年天津红桥区初三上学期期末第23题10分

20. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AD = 2$ ， $AB = 5$ ， P 为 CD 边上的动点，当 $\triangle ADP$ 与 $\triangle BCP$ 相似时， $DP = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】1或4或2.5

【解析】①当 $\triangle APD \sim \triangle PBC$ 时， $\frac{AD}{PC} = \frac{PD}{BC}$ ，
即 $\frac{2}{5-PD} = \frac{PD}{2}$ ，

解得： $PD = 1$ ，或 $PD = 4$.

②当 $\triangle PAD \sim \triangle PBC$ 时， $\frac{AD}{BC} = \frac{PD}{PC}$ ，即 $\frac{2}{2} = \frac{PD}{5-PD}$ ，

解得： $DP = 2.5$.

综上所述， DP 的长度是1或4或2.5 .

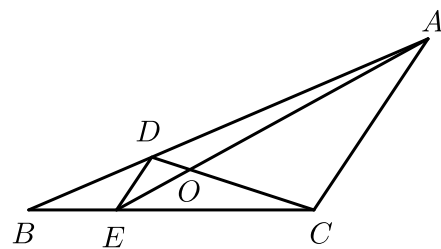
【标注】【知识点】相似三角形中的动点问题

【重点强调】

2018~2019学年天津和平区耀华嘉诚国际中学初三下学期开学考试第15题3分

21.

如图， D, E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB, BC 上的点，且 $DE \parallel AC$ ， AE, CD 相交于点 O ，若 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COA} = 1 : 25$ ，则 $S_{\triangle BDE}$ 与 $S_{\triangle CDE}$ 的比是（ ）。



- A. 1 : 3 B. 1 : 4 C. 1 : 5 D. 1 : 25

【答案】 B

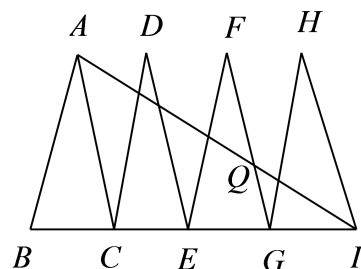
【解析】 $\because DE \parallel AC$,
 $\therefore \triangle DOE \sim \triangle COA$, 又 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COA} = 1 : 25$,
 $\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{1}{5}$,
 $\because DE \parallel AC$,
 $\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC} = \frac{1}{5}$,
 $\therefore \frac{BE}{EC} = \frac{1}{4}$,
 $\therefore S_{\triangle BDE}$ 与 $S_{\triangle CDE}$ 的比是1 : 4 .

【标注】 【知识点】 相似三角形的性质与判定综合

【重点强调】

2017年天津河北区初三毕业考试第10题3分

22. 如图，已知 $\triangle ABC, \triangle DCE, \triangle FEG, \triangle HGI$ 是4个全等的等腰三角形，底边 BC, CE, EG ， GI 在同一条直线上，且 $AB = 2, BC = 1$ ，连接 AI ，交 FG 于点 Q ，则 $QI =$ （ ）。



- A. 1 B. $\frac{\sqrt{61}}{6}$
 C. $\frac{\sqrt{66}}{6}$ D. $\frac{4}{3}$

【答案】 D

【解析】 $\because \triangle ABC$ 、 $\triangle DCE$ 、 $\triangle FEG$ 为三个全等的等腰三角形，

$$\therefore AB = HI = 2, GI = BC = 1, BI = 4BC = 4.$$

$$\therefore \frac{AB}{BI} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{BI}{AB} = \frac{AC}{BC}.$$

$$\therefore \angle ABI = \angle ABC,$$

$$\therefore \triangle ABI \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{AC}{AI} = \frac{AB}{BI}.$$

$$\therefore AB = AC,$$

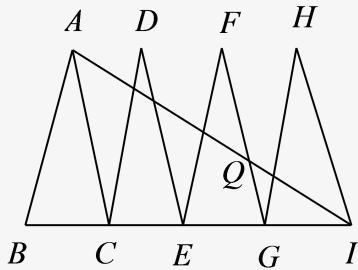
$$\therefore AI = BI = 4.$$

$$\therefore \angle ACB = \angle FGE,$$

$$\therefore AC \parallel FG,$$

$$\therefore \frac{QI}{AI} = \frac{GI}{CI} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore QI = \frac{1}{3}AI = \frac{4}{3}.$$



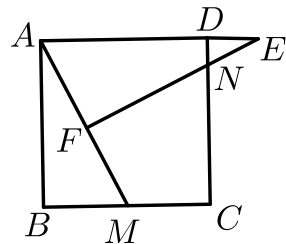
【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

【重点强调】

2018年天津和平区毕业考试第11题3分

练习

23. 如图，正方形 $ABCD$ 中， M 为 BC 上一点， F 是 AM 的中点， $EF \perp AM$ ，垂足为 F ，交 AD 的延长线于点 E ，交 DC 于点 N 。



(1) 求证： $\triangle ABM \sim \triangle EFA$ 。

(2) 若 $AB = 12$ ， $BM = 5$ ，求 DE 的长。

【答案】(1) 证明见解析。

(2) 4.9。

【解析】(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB = AD, \angle B = 90^\circ, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AMB = \angle EAF,$$

$$\text{又} \because EF \perp AM,$$

$$\therefore \angle AFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle AFE,$$

$$\therefore \triangle ABM \sim \triangle EFA.$$

$$(2) \because \angle B = 90^\circ, AB = 12, BM = 5,$$

$$\therefore AM = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13, AD = 12,$$

$$\because F \text{ 是 } AM \text{ 的中点},$$

$$\therefore AF = \frac{1}{2} AM = 6.5,$$

$$\because \triangle ABM \sim \triangle EFA,$$

$$\therefore \frac{BM}{AF} = \frac{AM}{AE},$$

$$\text{即 } \frac{5}{6.5} = \frac{13}{AE},$$

$$\therefore AE = 16.9,$$

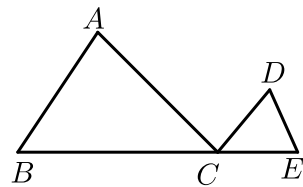
$$\therefore DE = AE - AD = 4.9.$$

【标注】【知识点】相似三角形的判定-两角对应相等

【重点强调】

2017~2018学年12月天津东丽区耀华滨海学校初三上学期月考第23题10分

24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 6$, $AB = 4$, 点 D 与点 A 在直线 BC 的同侧, 且 $\angle ACD = \angle ABC$, $CD = 2$, 点 E 是线段 BC 延长线上的动点, 当 $\triangle DCE$ 和 $\triangle ABC$ 相似时, 线段 CE 的长为 _____.



【答案】3或 $\frac{4}{3}$

【解析】 $\because \triangle DCE$ 和 $\triangle ABC$ 相似, $\angle ACD = \angle ABC$, $AC = 6$, $AB = 4$, $CD = 2$,

$$\therefore \angle A = \angle DCE,$$

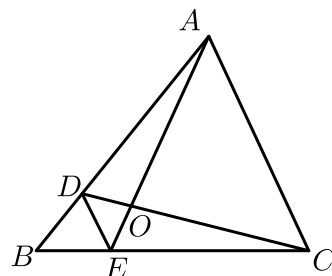
$$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{AC}{CE} \text{ 或 } \frac{AB}{CE} = \frac{AC}{CD},$$

$$\text{即 } \frac{4}{2} = \frac{6}{CE} \text{ 或 } \frac{4}{CE} = \frac{6}{2},$$

解得 $CE = 3$ 或 $\frac{4}{3}$.

【标注】【知识点】相似三角形中的动点问题

25. 如图, D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 BC 上的点, $DE \parallel AC$, 若 $S_{\triangle BDE} : S_{\triangle CDE} = 1 : 3$, 则 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle AOC}$ 的值为 _____ .

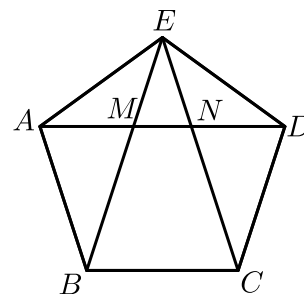


【答案】1 : 16

【解析】 $\because S_{\triangle BDE} : S_{\triangle CDE} = 1 : 3$,
 $\therefore BE : EC = 1 : 3$,
 $\therefore BE : BC = 1 : 4$,
 $\because DE \parallel AC$,
 $\therefore \triangle DOE \sim \triangle COA$, $\triangle BED \sim \triangle BCA$,
 $\because \triangle BED \sim \triangle BCA$, $BE : BC = 1 : 4$,
 $\therefore DE : AC = 1 : 4$,
 $\because \triangle DOE \sim \triangle COA$, $DE : AC = 1 : 4$,
 $\therefore S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COA} = (1 : 4)^2 = 1 : 16$,
 即 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle AOC} = \frac{1}{16}$.

【标注】【知识点】A字型、8字型综合

26. 如图, 正五边形的边长为2, 连对角线 AD , BE , CE , 线段 AD 分别与 BE 和 CE 相交于点 M , N , 则 $MN =$ _____ .



【答案】 $3 - \sqrt{5}$

【解析】 过E做 $EH \perp BC$ 于点H .

$$\therefore \angle BAE = \angle AED = 108^\circ ,$$

$$AB = AE = DE ,$$

$\therefore$

$$\angle ABE = \angle AEB = \angle EAD = 36^\circ$$

,

$\therefore$

$$\angle AME = 180^\circ - \angle EAM - \angle AEM = 108^\circ ,$$

$$\therefore \angle AEN = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ , \angle ANE = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ ,$$

$$\therefore \angle AEN = \angle ANE ,$$

$$\therefore AE = AN ,$$

$$\text{同理 } DE = DM , \therefore AE = DM ,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle AEM = \angle ADE = 36^\circ ,$$

$$\therefore \triangle AEM \sim \triangle ADE ,$$

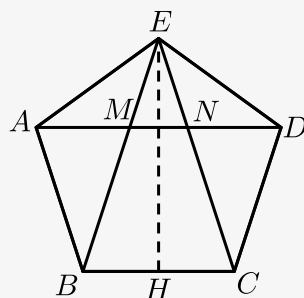
$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AM}{AE} ,$$

$$\therefore AE^2 = AM \cdot AD ,$$

$$\therefore AN^2 = AM \cdot AD ,$$

$$\therefore 2^2 = (2 - MN)(4 - MN) ,$$

$$\therefore MN = 3 - \sqrt{5} .$$



【标注】 【知识点】 相似三角形的性质与判定综合

【重点强调】

2017年天津河北区初三一模第17题3分

 我学会了什么